

Programa Analítico de Disciplina

MAT 651 - GEOMETRIA DIFERENCIAL

Departamento de Matemática - Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas

Catálogo: 2024

Número de créditos: 4

Carga horária semestral: 60h

Carga horária semanal teórica: 4h

Carga horária semanal prática: 0h

Semestres: I e II

Ementa

Teoria de Curvas Planas e Espaciais

Geometria de Superfícies em $\mathbb{R}^3$

Conteúdo

Unidade	T	P	To
1. Teoria de Curvas Planas e Espaciais Teoria de Curvas Planas: 1. Curva parametrizada diferenciável: traço e pontos singulares. 2. Curvas regulares; mudança de parâmetros; função comprimento de arco e o parâmetro comprimento de arco. 3. A curvatura de uma curva plana; fórmulas de Frenet-Serret. 4. Raio de curvatura e círculo osculador; evoluta e involuta de uma curva plana. 5. Contato entre curvas planas; forma local de curvas planas. 6. Teorema Fundamental das Curvas Planas. 7. Teorema dos Quatro Vértices. Teoria de Curvas Espaciais: 1. Curva parametrizada diferenciável; mudança de parâmetro; função comprimento de arco e o parâmetro comprimento de arco. 2. Curvatura, vetor normal, vetor binormal. Triedro de Frenet; planos: osculador, retificante e normal. 3. Torção de uma curva. Fórmulas de Frenet-Serret para curvas espaciais. 4. Curvas planas em $\mathbb{R}^3$ e hélices; Forma canônica local de curvas espaciais e projeções. 5. Círculo osculador e esfera osculatriz; evolutas e involutas. 6. Teorema fundamental das curvas espaciais.	20h	0h	20h
2. Geometria de Superfícies em $\mathbb{R}^3$	40h	0h	40h

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://siadoc.ufv.br/validar-documento> com o código: CW89.STVC.7Q9B

Teoria Local de Superfícies:			
1. Superfície regular – definição e exemplos. 2. Superfície parametrizada regular – plano tangente. Superfícies de revolução – exemplos. Mudança de parâmetros. 3. Vetor normal e a aplicação normal de Gauss. 4. Superfícies regradas e superfícies obtidas de curvas. Superfícies desenvolvíveis. 5. A primeira forma fundamental; coeficientes, exemplos. Área de uma região em uma superfície, comprimento de uma curva. Superfícies isométricas; definição e exemplos. 6. Aplicações conformes, superfícies conformes. 7. A segunda forma fundamental, coeficientes, exemplos. A função curvatura normal. Seção normal de uma superfície. Direções principais; curvaturas principais. Fórmula de Euler. 8. Curvatura Gaussiana e curvatura média, definição e exemplos. Superfícies Mínimas. 9. Classificação de pontos de uma superfície: pontos elípticos, parabólicos, hiperbólicos e planares. Pontos umbílicos. Direções principais, linhas de curvatura. Direções assintóticas, linhas assintóticas. 10. Derivada covariante. Curvatura geodésica. Geodésicas, definição e exemplos. Símbolos de Christoffel. Equações de Compatibilidade. Teorema Egregium de Gauss. Teorema Fundamental das Superfícies. Teorema de Gauss-Bonnet e aplicações.			
Total	60h	0h	60h

Teórica (T); Prática (P); Total (To);

MAT 651 - GEOMETRIA DIFERENCIAL

Bibliografias básicas

Descrição	Exemplares
CARMO, M. P. Geometria diferencial de curvas e superfícies. 6 ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2014.	8
O'NEILL, B. Elementary differential geometry. 2nd ed. rev. Amsterdam, Holanda: Boston: Elsevier Academic Press, c2006.	2
SANTOS, Walcy e ALENCAR, Hilário. Geometria Diferencial das Curvas Planas. Rio de Janeiro: 24º CBM, IMPA, 2003.	1

Bibliografias complementares

Descrição	Exemplares
TENENBLAT, K. Introdução a geometria diferencial. Brasília, DF: UnB, 1988.	3
THORPE, J. A. Elementary topics in differential geometry. New York: Springer, c1979.	3
VALLADARES, R. Introdução a geometria diferencial. Niteroi: UFF, 1979.	1
BANCHOFF, T.; LOVETT, S. Differential geometry of curves and surfaces. Massachusetts [Estados Unidos]: A K Peters, 2010.	0
ABBENA, E.; SALAMON, S; GRAY, A. Modern differential geometry of curves and surfaces with Mathematica. CRC press, 2017.	0

Syllabus

MAT 651 - Differential Geometry

Departamento de Matemática - Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas

Catalog: 2024

Number of credits: 4

Total hours: 60h

Weekly workload - Theoretical: 4h

Weekly workload - Practical: 0h

Period: I e II

Content

Theory of Plane and Spatial Curves

Surface Geometry in $\mathbb{R}^3$

Course program

Unit	T	P	To
1. Theory of Plane and Spatial Curves Plane Curve Theory: 1. Differentiable parameterized curve: dash and singular points. 2. Regular curves; changing parameters; arc length function and the arc length parameter. 3. The curvature of a plane curve; Frenet-Serret formulas. 4. Radius of curvature and osculating circle; evolved and involute of a flat curve. 5. Contact between flat curves; local shape of plane curves. 6. Fundamental Theorem of Plane Curves. 7. Four Vertices Theorem. Spatial Curve Theory: 1. Differentiable parameterized curve; parameter change; arc length function and the arc length parameter. 2. Curvature, normal vector, binormal vector. Frenet trihedron; planes: osculating, rectifying and normal. 3. Twisting a curve. Frenet-Serret formulas for spatial curves. 4. Flat curves in $\mathbb{R}^3$ and helices; Local canonical form of spatial curves and projections. 5. Osculating circle and osculatric sphere; evolved and involute. 6. Fundamental theorem of space curves.	20h	0h	20h
2. Surface Geometry in $\mathbb{R}^3$	40h	0h	40h

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://siadoc.ufv.br/validar-documento> com o código: CW89.STVC.7Q9B

1. Local Surface Theory:			
1. Regular surface – definition and examples. 2. Regular parameterized surface – tangent plane. Surfaces of revolution – examples. Changing parameters. 3. Normal vector and the normal application of Gauss. 4. Ruled surfaces and surfaces obtained from curves. Developable surfaces. 5. The first fundamental form; coefficients, examples. Area of a region on a surface, length of a curve. Isometric surfaces; definition and examples. 6. Conformal applications, conformal surfaces. 7. The second fundamental form, coefficients, examples. The normal curvature function. Normal section of a surface. Main directions; main curvatures. Euler's formula. 8. Gaussian curvature and mean curvature, definition and examples. Minimum Surfaces. 9. Classification of points on a surface: elliptical, parabolic, hyperbolic and planar points. Umbilical points. Main directions, curvature lines. Asymptotic directions, asymptotic lines. 10. Covariant derivative. Geodesic curvature. Geodesics, definition and examples. Christoffel symbols. Compatibility Equations. Gauss's Egregium Theorem. Fundamental Surface Theorem. Gauss-Bonnet theorem and applications.			
Total	60h	0h	60h

Theoretical (T); Practical (P); Total (To);

MAT 651 - Differential Geometry

Fundamental references

Description	Copies
CARMO, M. P. Geometria diferencial de curvas e superfícies. 6 ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2014.	8
O'NEILL, B. Elementary differential geometry. 2nd ed. rev. Amsterdam, Holanda: Boston: Elsevier Academic Press, c2006.	2
SANTOS, Walcy e ALENCAR, Hilário. Geometria Diferencial das Curvas Planas. Rio de Janeiro: 24º CBM, IMPA, 2003.	1

Complementary references

Description	Copies
TENENBLAT, K. Introdução a geometria diferencial. Brasília, DF: UnB, 1988.	3
THORPE, J. A. Elementary topics in differential geometry. New York: Springer, c1979.	3
VALLADARES, R. Introdução a geometria diferencial. Niteroi: UFF, 1979.	1
BANCHOFF, T.; LOVETT, S. Differential geometry of curves and surfaces. Massachusetts [Estados Unidos]: A K Peters, 2010.	0
ABBENA, E.; SALAMON, S; GRAY, A. Modern differential geometry of curves and surfaces with Mathematica. CRC press, 2017.	0